Θέμα Α

Α1) Πιθανές θέσεις τοπικών ακροτάτων συνάρτησης θεωρούνται:

i) Τα άκρα των διαστημάτων που αποτελούν το πεδίο ορισμού της f

ii) Τα εσωτερικά σημεία του πεδίου ορισμού της f στα οποία δεν υπάρχει η παράγωγος της f

iii) Τα εσωτερικά σημεία του πεδίου ορισμού της f στα οποία υπάρχει η παράγωγος της f και είναι ίση με το μηδέν

Α2) α - Λάθος

β - Σωστό

γ - Λάθος

δ - Λάθος

ε - Σωστό

Α3) α) $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = [\ln]_{\alpha}^{\beta} = \ln\beta - \ln\alpha$

β) $(c)' = 0$

γ) $\bar{x} = \frac{x_1 v_1 + x_2 v_2 + \dots + x_k v_k}{v_1 + v_2 + \dots + v_k}$

ΤΟ ΕΡΕΥΝΗΤ
ΚΑΡΑΦΥΛΛΗΣ - Π

Θέμα Β

Β1)

Χρόνοι σε λεπτά	Κέντρο κλάσης x_i	Συχνότητα ν_i	Αθροιστική Συχνότητα N_i	$x_i \nu_i$
[5,15)	10	20	20	200
[15,25)	20	14	34	280
[25,35)	30	12	36	360
[35,45)	40	4	50	160
Σύνολα		$\nu=50$		1000

- $N_2=34 \Leftrightarrow N_1+\nu_2=34 \Leftrightarrow 20+\nu_2=34 \Leftrightarrow \nu_2=14$
- $\nu=50 \Leftrightarrow \nu_1+\nu_2+\nu_3+\nu_4=50 \Leftrightarrow 20+14+12+\nu_4=50 \Leftrightarrow$
  $\Leftrightarrow \nu_4=50-46 \Leftrightarrow \nu_4=4$

Β2) $\bar{x}=\dfrac{x_1\nu_1+x_2\nu_2+x_3\nu_3+x_4\nu_4}{\nu_1+\nu_2+\nu_3+\nu_4}=\dfrac{1000}{50}=20$

Β3) $s^2=\dfrac{\sum_{i=1}^{4}(x_i-\bar{x})^2\nu_i}{\nu}=\dfrac{(10-20)^2\cdot 20+(20-20)^2\cdot 14+(30-20)^2\cdot 12+(40-2\ldots}{50}$

$=\dfrac{2000+1200+1600}{50}=\dfrac{4800}{50}=96$

$s=\sqrt{s^2}=\sqrt{96}\approx 10$

Β4) $CV\%=\dfrac{s}{|\bar{x}|}100=\dfrac{\sqrt{96}}{20}100=\dfrac{10}{20}100=50$

ΤΟ ΕΡΕΥΝΗΤ
ΚΑΡΑΦΥΛΛΗΣ Π

Θέμα Γ

Γ.1) $\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-}(4x+4e^{x-2}) = 4\cdot 2+4e^{2-2} = 8+4\cdot e^0 =$

$= 8+4 = 12$

Γ.2) $\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+}\frac{x^3-8}{\lambda x-2\lambda} = \lim_{x\to 2^+}\frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{\lambda(x-2)} =$

$= \lim_{x\to 2^+}\frac{x^2+2x+4}{\lambda} = \frac{2^2+2\cdot 2+4}{\lambda} = \frac{12}{\lambda}$

Γ.3) Για να είναι η f συνεχής στο $x_0=2$ πρέπει:

$\frac{12}{\lambda} = \frac{12}{1} \Rightarrow 12\lambda = 12 \Rightarrow \lambda = 1$

Γ.4) $f(x) = 4x+e^{x-2}$, $x\le 2$

$\int_1^2 (4x+4e^{x-2})\,dx = \left[2\cdot 4\frac{x^2}{2}+4e^{x-2}\right]_1^2 =$

$= (2\cdot 2^2+4e^{2-2}) - (2\cdot 1^2+4e^{1-2}) =$

$= (2\cdot 4+4\cdot e^0) - (2+4e^{-1}) =$

$= 8+4-2-4e^{-1} = 10-\frac{4}{e}$

ΤΟ ΕΡΕΥΝΗΤ
ΚΑΡΑΦΥΛΛΗΣ - Π

Θέμα Δ

$$B(t) = -\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 12t + 15 \quad , 0 \le t \le 10$$

Δ1) $B'(t) = -3\frac{t^2}{3} + 2\cdot 2t + 12\cdot 1 + 0 =$

$= -t^2 + 4t + 12$

Δ2) $B'(t) = 0 \Leftrightarrow -t^2 + 4t + 12 = 0$

$\alpha = -1$ $\beta = 4$ $\gamma = 12$	$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 4^2 - 4\cdot(-1)\cdot 12 = 16 + 48 = 64$ $t_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{2\cdot(-1)} = \frac{-4 \pm 8}{-2}$ ↗ $\frac{-4+8}{-2} = \frac{4}{-2} = -2$, ↘ $\frac{-4-8}{-2} = \frac{-12}{-2} = 6$

$t_1 = -2 \notin [0,10]$, απορρίπτεται

$t_2 = 6 \in [0,10]$, δεκτή

t	0		6		10
$B'(t)$		+	0	−	
$B(t)$		↗	ΤΜ	↘	

Δηλ. το βάρος του παγόβουνου γίνεται μέγιστο σε $t = 6$ χρόνια.

Δ3) η συνάρτηση B είναι γνησίως φθίνουσα στο $[6,10]$ επομένως

$6 \le t \le 9 \Leftrightarrow B(6) \ge B(t) \ge B(9) \Leftrightarrow$

$B(9) \le B(t) \le B(6)$

ΤΟ ΕΡΕΥΝΗΤ
ΚΑΡΑΦΥΛΛΗΣ - Π

Δ.4) $B''(t) = -2t + 4 \cdot 1 + 0 = -2t + 4$

$B''(t) = 0 \Leftrightarrow -2t + 4 = 0 \Leftrightarrow -2t = -4 \Leftrightarrow t = 2$

t	0		2		10
$B''(t)$		+	0	−	
$B'(t)$		↗	τ.μ.	↘	

Ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου γίνεται μέγιστος σε $t=2$ έτη.

Δρομπούζη
Αναστασία.

ΤΟ ΕΡΕΥΝΗΤ
ΚΑΡΑΦΥΛΛΗΣ - Π